Trigonométrie

- Relation fondamentale de la trigonométrie **:**

$$\cos^2(t) + \sin^2(t) = 1$$

- Formules d'addition :

$$\begin{aligned}
\cos(a+b) &= \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \\
\cos(a-b) &= \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) \\
\sin(a+b) &= \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b) \\
\sin(a-b) &= \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)
\end{aligned}$$

- Formules de duplication :

$$\begin{aligned}
\sin(2x) &= 2\sin(x)\cos(x) \\
\cos(2x) &= \cos^2(x) - \sin^2(x) \\
&= 2\cos^2(x) - 1 \\
&= 1 - 2\sin^2(x)
\end{aligned}$$

- Valeurs particulières des fonctions cos et sin :

t	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$-\frac{\pi}{2}$
$\cos(t)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\sin(t)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1

Suites géométriques $a, q \in \mathbb{C}$, la suite géométrique de premier terme a et de raison q est définie par $\begin{cases} u_0 = a \\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = qu_n \end{cases}$

- $$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = aq^n$$

- Si $q \neq 1$:

$$\sum_{k=1}^{n} q^k = q\frac{1-q^n}{1-q}$$

Suites arithmétiques $a, r \in \mathbb{C}$, la suite arithmétique de premier terme a et de raison r est définie par $\begin{cases} u_0 = a \\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = u_n + r \end{cases}$

- $$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = a + nr$$

- $$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Dérivation f, g dérivables, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

- Somme et produit par un réel :

$$(\lambda f + \mu g)' = \lambda f' + \mu g'$$

- Produit :

$$(fg)' = f'g + fg'$$

- Inverse :

$$\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'f}{g^2}$$

- Quotient :

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{gf' - g'f}{g^2}$$

- Composée :

$$(g \circ f)' = f' \times (g' \circ f)$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b f'(t)\, g(t)\, dt = [f(t)\, g(t)]_a^b - \int_a^b f(t)\, g'(t)\, dt$$

Fonctions usuelles

- Logarithme népérien : $x, y \in \mathbb{R}^{+*}$

$$\begin{aligned}
\ln(xy) &= \ln(x) + \ln(y) \\
\ln\left(\frac{1}{x}\right) &= -\ln(x) \\
\ln\left(\frac{x}{y}\right) &= \ln(x) - \ln(y) \\
\ln(x^n) &= n\ln(x) \ \ (n \text{ entier}) \\
(\ln)'(x) &= \frac{1}{x}
\end{aligned}$$

- Fonction exponentielle : $x, y \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}
e^{x+y} &= e^x e^y \\
e^{-x} &= \frac{1}{e^x} \\
e^{x-y} &= \frac{e^x}{e^y} \\
(e^x)' &= e^x
\end{aligned}$$

- Fonctions trigonométriques :

$$\begin{aligned}(\sin)' &= \cos \\ (\cos)' &= -\sin\end{aligned}$$

- Fonctions puissances :$x \in \mathbb{R}$, n entier

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Nombres complexes

- $z = a + ib$, avec $a, b \in \mathbb{R}$ où $i^2 = -1$
- $\overline{z} = a - ib$ est le *conjugué* de z

$$\begin{aligned}\overline{z + z'} &= \overline{z} + \overline{z'} \\ \overline{zz'} &= \overline{z}\,\overline{z'} \\ \overline{\left(\frac{1}{z}\right)} &= \frac{1}{\overline{z}} \; (z \neq 0) \\ \overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} &= \frac{\overline{z}}{\overline{z'}} \; (z' \neq 0) \\ \overline{z^n} &= \overline{z}^n \; (n \text{ entier})\end{aligned}$$

- $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ est le *module* de z

$$\begin{aligned}|z|^2 &= z\overline{z} \\ |zz'| &= |z|\,|z'| \\ \left|\frac{1}{z}\right| &= \frac{1}{|z|} \; (z \neq 0) \\ \left|\frac{z}{z'}\right| &= \frac{|z|}{|z'|} \; (z' \neq 0) \\ |z^n| &= |z|^n \; (n \text{ entier})\end{aligned}$$