

Formulaire de maths - révisions - entrée en CPGE

Ce formulaire est destiné aux élèves entrant en première année de CPGE, MPSI ou PCSI au lycée Michelet.

Il n'a pas de prétention à l'exhaustivité et doit être considéré comme un minimum à maîtriser dès le jour de la rentrée.

Il doit être appris par coeur : **vous serez interrogés sur ces formules dès la rentrée.**

Trigonométrie

- Relation fondamentale de la trigonométrie :

$$\cos^2(t) + \sin^2(t) = 1$$

- Formules d'addition :

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

- Formules de duplication :

$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$$

$$= 2\cos^2(x) - 1$$

$$= 1 - 2\sin^2(x)$$

- Valeurs particulières des fonctions cos et sin :

t	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$-\frac{\pi}{2}$
$\cos(t)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\sin(t)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1

Suites géométriques $a, q \in \mathbb{C}$, la suite géométrique de premier terme a et de raison q est définie

$$\text{par } \begin{cases} u_0 = a \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = qu_n \end{cases}$$

-

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = aq^n$$

- Si $q \neq 1$:

$$\sum_{k=1}^n q^k = q \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

1

Suites arithmétiques $a, r \in \mathbb{C}$, la suite arithmétique de premier terme a et de raison r est définie

$$\text{par } \begin{cases} u_0 = a \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + r \end{cases}$$

•

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = a + nr$$

•

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Dérivation f, g dérivables, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

- Somme et produit par un réel :

$$(\lambda f + \mu g)' = \lambda f' + \mu g'$$

- Produit :

$$(fg)' = f'g + fg'$$

- Inverse :

$$\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'f}{g^2}$$

- Quotient :

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{gf' - g'f}{g^2}$$

Fonctions usuelles

- Logarithme népérien : $x, y \in \mathbb{R}^{+*}$

$$\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$$

$$\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln(x)$$

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$$

$$\ln(x^n) = n \ln(x) \quad (n \text{ entier})$$

$$(\ln)'(x) = \frac{1}{x}$$

- Fonction exponentielle : $x, y \in \mathbb{R}$

$$e^{x+y} = e^x e^y$$

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$$

$$e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$$

$$(e^x)' = e^x$$

- Fonctions trigonométriques :

$$\begin{aligned}(\sin)' &= \cos \\(\cos)' &= -\sin\end{aligned}$$

- Fonctions puissances : $x \in \mathbb{R}$, n entier

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Nombres complexes

- $z = a + ib$, avec $a, b \in \mathbb{R}$ où $i^2 = -1$
- $\bar{z} = a - ib$ est le *conjugué* de z

$$\begin{aligned}\overline{z + z'} &= \bar{z} + \bar{z}' \\ \overline{zz'} &= \bar{z}\bar{z}' \\ \overline{\left(\frac{1}{z}\right)} &= \frac{1}{\bar{z}} \quad (z \neq 0) \\ \overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} &= \frac{\bar{z}}{\bar{z}'} \quad (z' \neq 0) \\ \overline{z^n} &= \bar{z}^n \quad (n \text{ entier})\end{aligned}$$

- $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ est le *module* de z

$$\begin{aligned}|z|^2 &= z\bar{z} \\ |zz'| &= |z| |z'| \\ \left|\frac{1}{z}\right| &= \frac{1}{|z|} \quad (z \neq 0) \\ \left|\frac{z}{z'}\right| &= \frac{|z|}{|z'|} \quad (z' \neq 0) \\ |z^n| &= |z|^n \quad (n \text{ entier})\end{aligned}$$